Die eingespritzte Oelmenge sei abhängig von der Zeit durch die Linie y gegeben (Abb. 1) und der Zustand zur Zeit t_1 ins Auge gefaßt. Im Zeitelement dt wurde die Menge dy eingespritzt, von der bis t_1 inzwischen ein Teil verbrannt ist. Nimmt man an, alle Tropfen hätten bei der Einspritzung gleichen

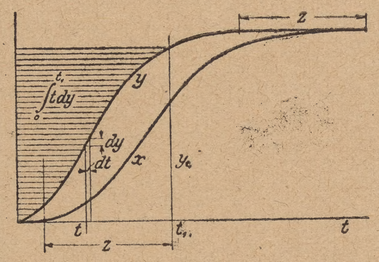

Abb. 1

Radius r_1 und würden während der ganzen Zeit gleich schnell verbrennen [was wegen der wechselnden Temperatur und der Verkleinerung des Rauminhalts der Tropfen, ferner wegen der Sättigung der Verbrennungsluft mit Verbrennungsgasen gewiß nicht genau der Fall ist], so kann man die Verbrennungszeit für jeden Tropfen gleichbleibend z setzen Bei dieser Vereinfachung ergibt sich, daß zur Zeit t_1 von dy die Menge $\frac{t_1 - t}{z} dy$ verbrannt ist, solange $t_1 < z$ bleibt.

Bis t_1 ist dann im ganzen die Menge:

$$x_{t1} = \int_0^{t_1} \frac{t_1 - t}{z} dy = \frac{t_1}{z} y_1 - \frac{1}{z} \int_0^{t_1} t\, dy$$

verbrannt.

Zur Zeit $t_1 = z$ wird: $x_z = y_z - \frac{1}{z} \int_0^{z} t\, dy.$

Diese Werte lassen sich zeichnerisch darstellen Wird dann $t_1 > z$, so sind im ganzen verbrannt:

$$x_{t1} = y_{t1-z} + \int_{t_1 - z}^{t_1} \frac{t_1 - t}{z} dy = \frac{t_1}{z} y_{t1} - \left(\frac{t_1}{z} - 1\right) y_{t1-z} - \frac{1}{z} \int_{t_1 - z}^{t_1} t\, dy.$$

Wird endlich y mit Ende der Einspritzung gleichbleibend, so ergibt sich nach: $t_1 > t_e$

$$x_{t1} = \frac{t_1}{z} y_e - \left(\frac{t_1}{z} - 1\right) y_{t1-z} - \frac{1}{z} \int_{t_1 - z}^{t_e} t\, dy.$$

Für $t_1 - z = t_e$ wird $x = y_e$.

Man kann so die Linie für das verbrannte Gemisch näherungsweise verzeichnen. Nimmt man auch die Verdampfungsgeschwindigkeit gleichbleibend an und für die Verdampfung eines Tropfens die Zeit z', so gelten ähnliche Beziehungen. Damit kann man sich ein Bild über die Verteilung der Tropfengrößen im Gemisch machen.

Zur Zeit t_1 ist von dy nur mehr flüssig: $\frac{z' - t_1 + t}{z'} dy$, die Tropfen also vom Radius r_1

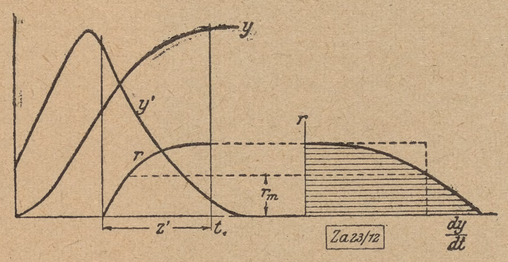

Abb. 2

auf $r = \sqrt[3]{\frac{z' - t_1 + t}{z'}}\, r_1$ vermindert Man kann so die Linie für r verzeichnen, während die zugehörigen Oelmengen dy durch $\frac{dy}{dt} = y'$ dargestellt werden können (Abb. 2). Man bekommt also in jeder Ordinate zusammengehörige Werte von dy und r und kann so ein Bild der Verteilung und den Mittelwert der Radien oder auch der Oberflächen und Rauminhalte der Tropfen herstellen. Dies kann sinngemäß leicht für $t_1 > z'$ und $t_1 > t_e$ ausgedehnt werden, so daß auch der Verlauf der Mittelwerte in der Zeit dargestellt werden kann.

Man sieht, daß die Verdampfung und Verbrennung des einzelnen Tropfens vorerst studiert werden muß, wenn man zu einem feineren Einblick gelangen will, womit Neumann in einer früheren Arbeit (Ztschr. des Ver. deutscher Ing. 1918) bereits begonnen hat.

Prag. K. Körner. 204a

Segelflug und Aehnlichkeitsgesetz. Die jüngsten Erfolge im Segelflug legen zwei Fragen nahe, eine theoretische und eine praktische, deren Beantwortung hier kurz angedeutet sei. Die erstere geht dahin, wie sich die tatsächlich erwiesene Möglichkeit stundenlangen Segelfluges zu der auf Aehnlichkeitsbetrachtungen gestützten Voraussage von Helmholtz (1873) verhält, wonach es als »kaum wahrscheinlich« gelten müsse, daß der Mensch sein eigenes Gewicht durch Muskelkraft in die Höhe zu heben und dort zu erhalten vermag[1]). Denn — so wird man schließen und dies leitet auch zu der zweiten Frage über — die Energiebilanz des natürlichen Vogelfluges, auf die die Helmholtzsche Untersuchung zurückgeht, beruht ja auch wesentlich auf der Möglichkeit des langdauernden

[1]) Monatsber. d. Kgl. preuß. Akad. d. Wissensch. 1873, S. 501 bis 514.

Segelns. Die praktische Frage aber, die sich jedem aufdrängen muß, der auf der einen Seite die motorlosen Flüge, auf der andern die vielhundertpferdigen Flugzeuge zur Beförderung weniger Personen sieht, ist die: Welches ist das Minimum an Arbeitsleistung, das nach dem heutigen Stande der Technik zur dauernden Aufrechterhaltung wagrechten Fluges für einen Menschen erforderlich erscheint und wie weit ist dieses noch von dem Ausmaß an verfügbarer menschlicher Kraft entfernt?

Ich benutze die Gelegenheit, um die Aehnlichkeitsgesetze der Flugzeugbewegung in etwas allgemeinerer Form abzuleiten und auszusprechen, als dies gewöhnlich geschieht. Der Zusammenhang verschiedener Einzelsätze wird dadurch ein wenig aufgeklärt.

1. Das allgemeine Aehnlichkeitsgesetz.

Die hydrodynamischen Grundgleichungen setzen die auf die Masseneinheit entfallende äußere Kraft gleich einer Beschleunigungsgröße plus einer von der Zähigkeit herrührenden inneren Kraft. Von der Schwere der Luftteilchen darf man absehen. Die Beschleunigung hat die Dimension $v^2 : l$, Geschwindigkeitsquadrat durch Länge, die Zähigkeitsspannung (Kraft pro Flächeninhalt) ist proportional dem Geschwindigkeits-Gefälle von der Dimension $v : l$, daher die Dimension der Zähigkeitswirkung auf die Masseneinheit $Zv : l^2$, wobei in die »Zähigkeitszahl« Z schon die spezifische Masse als Quotient eingegangen ist. Man hat demnach, wenn μ die Dichte der Flüssigkeit oder der Luft bezeichnet:

$$\left[\frac{\text{Kraft}}{\mu l^3}\right] = \left[\frac{v^2}{l}\right] + \left[\frac{Zv}{l^2}\right]$$

und nach Kürzung durch $v^2 : l$:

$$\left[\frac{\text{Kraft}}{\mu v^2 l^2}\right] = [1] + \left[\frac{Z}{vl}\right] \quad \ldots\ldots (1),$$

woraus man nebenbei erkennt, daß Z die Dimension von vl oder cm^2/sec besitzt.

Andererseits wird die äußere Kraft den am Flugzeug auftretenden Kräften, Gewicht und Antriebskraft, gleichzusetzen sein. Wir wollen nun übereinkommen, zwei Körper dann dynamisch ähnlich zu nennen, wenn sie erstens in allen Teilen, einschließlich der Oberflächengestaltung, geometrisch ähnlich sind und zweitens die an entsprechenden Punkten angreifenden Kräfte sich nur durch einen Zahlenfaktor unterscheiden. Es stehen also insbesondere Gewicht und Antriebskraft bei beiden in gleichem Verhältnis zueinander, und wenn etwa γ das spezifische Gewicht der Körper bezeichnet, so ist dies zugleich ein Maß für die auf die Volumeinheit entfallende Triebkraft. Führt man danach in (1) für »Kraft« das Symbol $[\gamma l^3]$ ein, so erhält man

$$\left[\frac{\gamma l}{\mu v^2}\right] = [1] + \left[\frac{Z}{vl}\right] \quad \ldots\ldots (2),$$

und daraus das allgemeine Aehnlichkeitsgesetz der Flugzeugbewegung: An zwei dynamisch ähnlichen Flugzeugen (Vögeln) treten (unter entsprechenden Bedingungen) ähnliche Bewegungen auf, wenn erstens die reduzierte Geschwindigkeit $v.l/Z$ und zweitens der Quotient $\mu v^2 : \gamma l$, wo μ die Dichte des Mediums, γ das spezifische Gewicht des Flugzeuges bezeichnet, in beiden Fällen gleiche Werte hat. Die Kräfte verhalten sich wie die Werte von γl^3 oder von $\mu v^2 l^2$ oder von $Z \mu v l$ oder von $Z^2 \mu$.

Löst man die beiden Gleichungen

$$\frac{\mu v^2}{\gamma l} = \text{konst.}, \quad \frac{vl}{Z} = \text{konst.} \quad \ldots (3)$$

nach v und l auf, so gewinnt man

$$v = \text{konst.} \sqrt[3]{\frac{Z\gamma}{\mu}}, \quad l = \text{konst.} \sqrt[3]{\frac{Z^2 \mu}{\gamma}} \quad (4)$$

und damit die andere Form desselben Gesetzes: Die Bewegungen an dynamisch ähnlichen Flugzeugen sind ähnlich, wenn die dritten Potenzen der Geschwindigkeiten sich wie die Werte von $Z\gamma : \mu$, die dritten Potenzen der Längenabmessungen wie die $Z^2 \mu : \gamma$ verhalten.

Als Beispiel diene etwa ein Paar von Flugzeugen gleicher materieller Beschaffenheit, die in freier Luft, in verschiedenen Höhen fliegen, so daß γ und Z unverändert bleiben, μ mit der Höhe abnimmt. Befindet sich das eine Flugzeug in Bodennähe, das andere etwa 3400 m hoch (Dichteabnahme rd. 30 vH), so muß das zweite um 10 vH geringere Längenabmessungen und um 10 vH größere Geschwindigkeit als das erste besitzen; die Antriebskraft des zweiten ist um 30 vH, die Flächenbelastung um 10 vH, der Leistungsbedarf um 20 vH verringert. Man wird aber nur selten von diesem allgemeinen Aehnlichkeitsgesetz Gebrauch machen, da es die Veränderlichen zu sehr beschränkt; sein eigentlicher Wert liegt darin, daß es wichtige Spezialisierungen nach zwei Richtungen zuläßt.

2. Das Helmholtzsche und das Reynoldssche Aehnlichkeitsgesetz.

Wenn man im Windkanal mit einem entsprechend gestützten Flugzeugmodell Versuche ausführt, so werden die auf dieses wirkenden Kräfte durch die Stützreaktionen aufgehoben und es entfällt daher die Gleichsetzung der dem Körper eingeprägten Kräfte, Gewicht und event. Triebkraft, mit den von der Flüssigkeit ausgeübten. Statt (2) hat man also nur (1) zu berücksichtigen und es entsteht die heute so vielfach angewendete Reynoldssche Modellregel: An zwei geometrisch ähnlichen, gestützten Modellen im Windkanal treten ähnliche Bewegungen auf, wenn die reduzierten Geschwindigkeiten $v.l/Z$ gleiche Werte haben; die Kräfte verhalten sich dann wie die Werte von $\mu v^2 l^2$. Wir verweilen nicht länger bei diesem geläufigen Sonderfall, sondern wenden uns dem von Helmholtz be-

trachteten zu, der auf die eingangs gestellten Fragen führt.

Erfahrungsgemäß hängen in dem praktisch in Betracht kommenden Bereich der reduzierten Geschwindigkeiten die Auftriebs- und Widerstandskräfte nur wenig von dem Wert der reduzierten Geschwindigkeit ab. Es mag hier dahingestellt bleiben, ob dies daher rührt, daß das Auftreten dieser Kräfte von der Zähigkeit nahezu unabhängig ist oder daher, daß die unmittelbare Wirkung erhöhter Zähigkeit anderweitig kompensiert wird. Jedenfalls begeht man keinen großen Fehler, wenn man für eine überschlägige Berechnung des Kräftespieles und der Energiebilanz an einem Flugzeug den Einfluß des letzten Gliedes in (2) außer Acht läßt. Auf diese Weise gelangt man zu der Helmholtzschen Modellregel: An zwei dynamisch ähnlichen Flugzeugen treten annähernd ähnliche Bewegungen auf, wenn in beiden Fällen der Wert von $\gamma l : \mu v^2$ derselbe ist; die Kräfte verhalten sich dann wie die Werte von γl^3 oder von $\mu v^2 l^2$. Nimmt man insbesondere an, daß die Flugzeuge gleiches spez. Gewicht haben und in Medien von gleicher Dichte fliegen, so erhält man die noch einfachere Aehnlichkeitsbedingung $v^2 : l = \text{konst.}$, d.h. die Geschwindigkeiten müssen sich wie die Wurzeln aus den Längenabmessungen verhalten; die Kräfte wachsen dann mit l^3, die Leistungen mit $l^3 v$ oder $l^{7/2}$.

Aus der letzten Beziehung schließt Helmholtz auf die Unmöglichkeit des motorlosen Menschenfluges. Er nimmt nämlich an, daß die körperliche Leistungsfähigkeit der tierischen Organismen dem Muskelgewicht proportional sei und setzt dieses dem gesamten Körpergewicht proportional. Demnach würde, ähnliche Bewegungen vorausgesetzt, die verfügbare Leistung mit l^3, die erforderliche mit $l^{7/2}$ wachsen, so daß die Flugfähigkeit im Verhältnis der Quadratwurzel aus der Längenabmessung oder der sechsten Wurzel aus dem Gesamtgewicht abnimmt. Der Storch, der ein ausdauernder Flieger ist, hat ein Körpergewicht von etwa 4 kg, d. i. $1/17$ des Menschengewichtes; der Mensch müßte also nach der Helmholtzschen Auffassung den Wirkungsgrad des Flugmechanismus gegenüber dem des Storches $\sqrt[6]{17} = 1{,}60$ mal verbessern, um aus eigener Kraft fliegen zu können. An eine solche Verbesserung des Wirkungsgrades denkt Helmholtz nicht; in welchem Maße sie möglich ist, erkennt man an dem Beispiel des Fahrrades, durch das die natürliche Marschleistung des Menschen um ein Vielfaches erhöht wird.

3. Die Möglichkeit des motorlosen Fluges.

Aus den bekannten Gleichungen für den Auftrieb und Rücktrieb einer Tragfläche[1])

$$A = \zeta_a \mu F v^2, \quad R = \zeta_r \mu F v^2 \quad . . \quad (5),$$

(F Tragflächengröße, ζ_a, ζ_r Auftriebs- bezw. Rücktriebs-Beiwerte) folgt durch Gleichsetzung des Auftriebs mit dem Gewicht und des Rücktriebs mit der Antriebskraft für die erforderliche Triebleistung

$$L = R v = \zeta_r \mu F v^3 = \frac{\zeta_r}{\zeta_a^{3/2}} \sqrt{\frac{G^3}{\mu F}} \quad . . \quad (6).$$

Der schädliche Widerstand ist einstweilen außer Acht gelassen und soll später berücksichtigt werden. Der günstigste Wert für die Koeffizienten-Verbindung $\zeta_r/\zeta_a^{3/2}$, der durch geeignete Formgebung der Flügel bisher erreicht wurde, ist etwa 0,08. Setzt man ferner für μ den in Bodennähe gültigen Wert $1/8$, so wird aus (6):

$$L = 0{,}226\, G \sqrt{\frac{G}{F}} \quad . . . . . \quad (6'),$$

wo G in kg, F in m², L in kgm/sec. Für den Storch mit $G = 4$ kg, $F = 0{,}5$ m² ergibt sich daraus $L = 2{,}56$ km/sec. Nach Messungen von O. Lilienthal[1]) ist der Querschnitt des Storchkörpers etwa gleich 0,008 m². Stellt man diesen Querschnitt mit einem Widerstandsbeiwert von 0,2 in Rechnung, der den Verhältnissen an einem Flugzeugrumpf (unter Berücksichtigung der Anschlüsse usw.) entspricht, so erhält man einen schädlichen Widerstand gleich $1/8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}008\, v^2 = 0{,}0002\, v^2$, und da sich mit $\zeta_a = 0{,}5$ aus der Auftriebsgleichung $v^2 = 128$ rechnet, schließlich für den zusätzlichen Leistungsbetrag $0{,}0002\, v^3 = 0{,}29$ kgm/sec. Danach hätte ein Storch, wenn er mit einer dem heutigen Stand der Flugtechnik entsprechenden Apparat ausgerüstet wäre, beim wagerechten Flug — ohne jede Unterstützung durch Segelwirkung — $2{,}56 + 0{,}29 = 2{,}85$ kgm/sec aufzuwenden.

Wie groß die tatsächliche Arbeitsfähigkeit der Vögel ist, läßt sich wohl kaum genau bestimmen. Nach Angabe von Popper-Lynkeus[2]) wiegen die Brustmuskeln des Storches 0,544 kg, was einer Leistung von 3,50 bis 4,76 kgm/sec entsprechen soll, gemäß einer Annahme von 6,43 bis 8,75 kgm/sec pro kg Muskelsubstanz. Nehmen wir das arithmetische Mittel 4,13 kgm/sec als richtig an, so wäre das das 1,45 fache des oben errechneten Wertes 2,85 kgm/sec. Danach wäre also die nach der Helmholtzschen Auffassung erforderliche Wirkungsgrad-Verbesserung nahezu erreicht und man müßte schließen, daß wir von der Möglichkeit des freien Menschenfluges zumindest nicht mehr weit entfernt sind. Daß es sich in der Tat anders verhält, kann in zweierlei Weise erklärt werden.

Bleiben wir zunächst dabei, die eben angeführte Zahl 4,13 für die Arbeitsleistung des Storches wäre annähernd richtig, dann müßte, dynamische Aehnlichkeit vorausgesetzt, der 17 mal schwerere Mensch etwa 70 kgm/sec, also nahezu eine Pferdekraft leisten. Davon kann aber keine Rede sein, wahrscheinlich ist mit einer Dauerleistung von mehr als 10 bis 15 kgm/sec nicht zu rechnen; dies stimmt auch

[1]) Vgl. z. B. meine Fluglehre, 2. Aufl. Berlin 1922, S. 34. — [2]) Der Vogelflug, 2. Aufl. München u. Berlin 1910, S. 151. — [3]) Der Maschinen- und Vogelflug, Berlin 1911, S. 47.

damit überein, daß die Brustmuskeln des Menschen ungefähr 0,8 kg, die beiden Wadenmuskeln ungefähr 1,4 kg wiegen. Die Helmholtzsche Voraussage würde sich also nur deshalb bestätigen, weil eine von Helmholtz stillschweigend gemachte physiologische Annahme bei weitem nicht zutrifft, nämlich die, daß Körper- und Muskelgewicht bei den verschiedenen Organismen einander proportional seien. Dazu kommt noch, daß der Mensch zu seinem Eigengewicht das nicht ganz unbeträchtliche Apparatgewicht mitnehmen muß, was das Verhältnis von Gesamtgewicht zu Muskelgewicht noch mehr verschlechtert.

Die andere Möglichkeit ist die, daß die Zahl 4,13 für die verfügbare Flugleistung des Storches stark übertrieben wäre. Dann kann man nicht behaupten, daß wir schon eine genügende Verbesserung des Wirkungsgrades erreicht haben, und muß den erforderlichen Leistungsbetrag unmittelbar bestimmen[1]). Nimmt man an, daß der 68 kg schwere Mensch noch 40 kg totes Gewicht mit sich in die Luft führt, so haben wir ein Gesamtgewicht von $108 = 4.27$, also eine Linearvergrößerung 1:3 gegenüber dem Storch. Dem entspricht nach der Helmholtzschen Modellregel eine Leistungsvermehrung im Maßstab $1:27\sqrt{3} = 1:46{,}8$, so daß die beiden oben errechneten Bestandteile der Leistung eines Storches ergeben: $119{,}9 + 13{,}6 = 133{,}5$ kgm/sec. Diesen Betrag kann man aber dadurch herabdrücken, daß man die Tragflächengröße, unter Abweichung von der geometrischen Aehnlichkeit, verringert. Wählen wir statt dem 9 fachen von 0,5 m² etwa das 27 fache, d. i. $F = 13{,}5$ m², so vermindert sich der erste Summand nach (6') im Verhältnis $\sqrt{3}:1$, der zweite zufolge der Gl. (5) im Verhältnis $3\sqrt{3}:1$, so daß man erhält $69 + 3 = 72$ kgm/sec. Bei einem Wirkungsgrad der Kraftübertragung von etwa 80 vH bedarf es demnach eines Aufwandes von 90 kgm/sec, d. i. mindestens sechsmal so viel als ein Mensch tatsächlich leisten kann.

Wenn nun aber in dieser Weise die menschliche Kraft nicht zur dauernden Ueberwindung des Tragflächen-Rücktriebes und schädlichen Widerstandes ausreicht, so folgt daraus noch nicht, daß motorloses Fliegen für den Menschen unmöglich wäre. Denkt man an eine einfache Einrichtung, die Arbeit zu akkumulieren gestattet, z. B. eine durch Pedale zu betätigende Luftpumpe, die in einen Windkessel fördert, so hat man gerade genug Kräfte, um sich $1/6$ der Zeit hindurch in ruhender Luft im Gleichgewicht zu erhalten. Nutzt man daneben die heute reichlich erschlossenen Möglichkeiten des Segelfluges aus, so wird man zu einer Form des Fluges gelangen, die von der des natürlichen Vogelfluges nicht allzu weit entfernt ist; denn auch die Vögel akkumulieren, wenn auch in anderm Sinne, Arbeit während des Segelns. Hier soll aber nochmals ausdrücklich betont werden, daß alle unserer Rechnung zugrunde gelegten Zahlen aufs äußerste günstig gewählt sind, so daß das rechnerische Ergebnis einen Idealfall, und jedenfalls nicht dem Durchschnitt technischer Ausführung entspricht. Zusammenfassend können wir sagen:

1. Die Helmholtzsche Schlußfolgerung, daß das Fliegen aus eigener Kraft für den Menschen unmöglich sei, ist nicht stichhaltig, weil sie einerseits die Verbesserung des Wirkungsgrades durch geeignete Konstruktion außer acht läßt, andrerseits aber auf einer unzutreffenden physiologischen Voraussetzung beruht.

2. Nach dem heutigen Stande der Technik ist motorloses Fliegen für den Menschen nur möglich, wenn es mindestens zu $5/6$ Segelflug und höchstens zu $1/6$ eigentlicher Kunstflug ist.

Mises. 269

[1]) Daran, daß die Proportionalität zwischen Körper- und Muskelgewicht nicht zutrifft, braucht man keinesfalls zu zweifeln. Nach einer neueren Angabe von F. Zschokke, Der Flug der Tiere, Berlin 1919, S. 63, liegt für die Vögel das Gewicht der Flugmuskulatur durchschnittlich bei 24 bis 34 vH des gesamten Körpergewichtes und sinkt für die Silbermöve auf rd. 16 vH. Dagegen wiegen Waden- und Brustmuskel des Menschen zusammen höchstens 3 bis 4 vH des Gesamtgewichts.

BUCHBESPRECHUNGEN

Prof. Dr.-Ing. KURT **NEUMANN**, Hannover. Untersuchungen an der Dieselmaschine. Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. Herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure. Heft 245. 42 S. Verlag des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin 1921.

Der Verfasser hat sich durch diese bedeutungsvolle Arbeit neuerlich ein großes Verdienst um die Erforschung der Vorgänge in der Dieselmaschine erworben, indem er den schon früher mehrfach angeregten Gedanken ausgeführt hat, durch Entnahme und Untersuchung von Gasproben aus kleinen Zeitabschnitten den Fortschritt der Verbrennung im Zylinder während der Einspritzung und Ausdehnung festzustellen. Durch Messung der Verbrennungs- und Einspritzluftmenge, der Zusammensetzung des Brennöls, der gesamten Oelmenge und der Einspritzquerschnitte konnten jeweils Innentemperatur und Wärmeabgabe an die Zylinderwandungen ermittelt werden. Freilich geht es ohne vereinfachende Annahmen doch nicht ganz ab, wenn deren Zahl und Bedeutung auch vermindert sind. Denn wenn man selbst annimmt, daß die Gasanalyse dem Zustand im Zylinder entspricht, wird noch bei der Bestimmung der verbrannten Oelmenge und der Temperaturen der im Gemisch

vorhandene Oeldampf und bei der Berechnung des Wärmeübergangs auch die zur Bildung und Umwandlung desselben erforderliche Wärmemenge außer Acht gelassen. Man kann schließen, daß wohl die Temperaturen während und gleich nach der Einspritzung in der Tat etwas niedriger ausfallen und daß die Wärmeübertragung während dieser Zeit etwas gleichmäßiger verläuft. Das rasche Ansteigen der Wärmeübergangzahl kurz nach Beendigung der Einspritzung mag auch mit der Wärmestrahlung zusammenhängen. Auch der Verlauf der Wärmeübergänge während der Ansauge- und Verdichtungszeit, deren Bedeutung allerdings zurücktritt, dürfte bei Einhaltung der gefundenen Endwerte etwas anders vor sich gehen. Endlich sind die Annahmen gleichbleibender Ausflußbeiwerte und gleichbleibenden Mischungsverhältnisses bei der Einspritzung gemacht, um die Verbrennungsgeschwindigkeit und den Arbeitsverlust durch Wärmeabgabe berechnen zu können[1]).

Trotz dieser bei unseren heutigen Kenntnissen kaum vermeidlichen Ungenauigkeiten bietet die Untersuchung Neumanns einen bisher unerreicht guten Einblick in die Vorgänge in der Dieselmaschine, da die vorher verwendeten Methoden zur Bestimmung der Temperaturen, die der Unterzeichnete auch im Jahre 1913 versucht hat, wohl auch keine genaueren Ergebnisse liefern und nur einen allerdings wertvollen Vergleich bilden würden.

Prag. K. Körner. 204

Dr. Dr.-Ing. H. **LORENZ,** Geh. Reg.-Rat, o. Professor der Mechanik a. d. Technischen Hochschule zu Danzig. Das Verhalten fester Körper im Fließbereich. Hysteresis-, Nachwirkungs- und Ermüdungserscheinungen in mechanischen, magnetischen und elektrischen Kraftfeldern. Mit 25 Abbildungen im Text. Erweiterte Sonderausgabe aus der »Zeitschrift für Technische Physik« II. u. III. Jahrgang. Verlag von Johann Ambrosius Barth Leipzig 1922. 68 S.

Die vorliegende Schrift ist eine Sonderausgabe einiger Arbeiten die Lorenz 1921 und 1922 in der Zeitschrift für technische Physik veröffentlicht und in der vorliegenden Ausgabe mit erweiternden Zusätzen versehen hat.

Die erste der vier Arbeiten »Die Fließkurven fester Körper« (auch Ztschr. f. techn. Phys. 2 (1921) 271, 344) gibt, unter Zugrundelegung einer ganz bestimmten Vorstellung über die Vorgänge während der Deformation und des aus diesem Bilde folgenden Ansatzes eine zumindest qualitative Erklärung einer Menge längst bekannter Erscheinungen. Lorenz denkt sich den Körper aus einem Haufen regellos angeordneter, irgendwie zusammenhängender Kristalle bestehend, welche beim Fließvorgang eine Umlagerung erfahren. Diese Umlagerung soll in eine Verschiebung in der Kraftrichtung und in eine Drehung aus der ursprünglichen Ruhelage zerfallen. Die Verschiebung bedingt bloß elastische reversible Deformation, während die Drehung Ursache des Fließens ist. Der Lageänderung des Teilchens wirken der (von den äußeren Kräften unabhängig angenommene) Reibungswiderstand und eine elastische Richtkraft entgegen. Daraus bestimmt sich nach einigen Rechnungen die Gleichung der Fließkurve d. h. der Beziehung zwischen der Dehnung und der äußeren Kraft. Aus den Fließkurven läßt sich dann ziemlich viel ableiten: Die Existenz von Bereichen innerhalb deren sich alle Zustandsänderungen der Körper abspielen müssen, der Neigungswinkel der Bruchflächen, die Gleichungen bezw. Form der Entlastungskurven und Hysteresisschleifen, dann die Erklärung der elastischen Nachwirkung (bei Einführung der Abhängigkeit der Reibung von der Deformationsgeschwindigkeit) und schließlich die Ermüdung der Materiale durch Dauerbeanspruchung.

Wenn auch das Bild das Lorenz seinen Rechnungen zu Grunde legt, vielleicht nicht ganz mit dem tatsächlichen Vorgang übereinstimmt, so ist es gewiß höchst interessant zu wissen, wieviel sich mit einem derartigen Reibungsansatz überhaupt erreichen läßt.

Die zweite Arbeit »Ueber das Verhalten lockerer Massen« (Sand) kommt zu dem Ergebnis, daß alle lockeren Massen einen von Stoff und Korngröße unabhängige Böschungswinkel besitzen, solange die Sandkörner klein gegen die Abmessungen der Gesamtmasse sind.

In der dritten Arbeit »Magnetisierungskurven und Hysteresisschleifen« entwickelt der Verfasser, ganz analog zur ersten Arbeit, zunächst eine Vorstellung über den Vorgang im magnetisierbaren Körper während des Einwirkens des Erregerfeldes. Kleine Magnetpaare werden durch das Feld verdreht. Dieser Drehung wirken elastische und (vom Erregerfelde unabhängige) Reibungskräfte entgegen. Mit einer bestimmten Verteilung dieser Reibungskräfte lassen sich, in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, Gleichungen für die Magnetisierungskurven und Hysteresisschleifen (symmetrische wie auch unsymmetrische) ableiten. Für schwache Induktionen liefert eine Näherungsrechnung den Hysteresisverlust $V = \eta \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1.5}$, immerhin befriedigendes Ergebnis.

Der Schluß enthält einige Bemerkungen über die Anwendung der prinzipiell gleichen Ueberlegungen auf die Polarisation gewisser Dielektrika.

Wien. Erich Groß. 253

Dr. THEODOR **VAHLEN,** a. ö. Professor der reinen und angewandten Mathematik an der Universität Greifswald. Ballistik. Mit 53 Abbildungen. Vereinigung wissenschaftlicher Verleger Walter de Gruyter & Co. Berlin und Leipzig 1922. XI + 231.

Der Verf., der während des Krieges mit ballistischen Rechnungen im Deutschen Heeresdienst beschäftigt war, legt hier eine ausführliche zusammenfassende Darstellung der Ballistik vor. Sie bringt sowohl die mathematischen Ansätze der äußeren Ballistik und die eingehende Diskussion ihrer Lösungen und

[1]) Vgl. a. die Kleine Mitteilung S. 63 ds. Heftes.

Taahhütlü

Herrn

Dr. Ing. Armin Weiner

Generaldirektor der Westmährischen Elektrizitätswerke

A. G.

Brünn C.S.R

Nová 36

Çekoslovakya

R Beyoğlu (İSTANBUL) (5) № 627 T

12-9-1935 İSTANBUL 3

Prof. v. Mises
Istanbul
Turkey

Herrn Generaldirektor Dr Ing. Weiner

Brünn

Nové 36

PROF. DE MISÈS

ISTANBUL-BEYOGLU
INKILAP-APART. TAKSIM

10/VIII 36

Wien, I. Wollzeile 24

Sehr geehrter Herr Direktor!

Ich danke Ihnen sehr für Ihr freundliches Schreiben. Ich will gerne, um in Ihrer Sammlung würdig vertreten zu sein, Ihnen von Istanbul aus ein kleines Manuskript zusenden. Auch hoffe ich, dass es mir möglich sein wird, Ihre Sammlung durch das eine oder andere Stück zu ergänzen.

Alles Nähere nach meiner Rückkehr.

In vorzüglicher Hochschätzung

Ihr ergebener

Mises

PROF. DE MISÈS

ISTANBUL-BEYOGLU
INKILAP-APART. TAKSIM

,am 12.9.1936

Herrn

Dr. Ing. Armin W e i n e r

Generaldirektor

B r ü n n

Nova 36

Sehr geehrter Herr Generaldirektor!

Meiner Zusage entsprechend übersende ich Ihnen anbei ein kleines von mir handgeschriebenes Manuskript für Ihre Sammlung. Es handelt sich um einen Aufsatz, der in der Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik erschienen ist und von dem ich auch einen Abdruck beilege. Das Manuskript bildete die unmittelbare Druckvorlage. Es wird mich sehr freuen, wenn Sie mit dieser bescheidenen Gabe zufrieden sind.

Sollten Sie den Wunsch haben, Briefe oder ähnliche schriftliche Aeusserungen von den bekannten Mathematikern der letzten Zeit zu besitzen, so könnte ich Ihnen manches zur Verfügung stellen, z.B. von Felix Klein, Levi-Civita, Lichtenstein, Prandtl u.a. Ich selbst bin nicht eigentlicher Sammler von Autographen, habe aber doch Stücke die mir interessant erscheinen gerne auf.

Mit den besten Grüssen

Ihr sehr ergebener

Mises

KM 6 6/8

Segelflug und Ähnlichkeitsgesetz. Die jüngsten Erfolge im Segelflug legen zwei Fragen nahe, eine theoretische und eine praktische, deren Beantwortung hier kurz angedeutet sei. Die erstere gelt dahin, wie sich die tatsächlich erwiesene Möglichkeit stundenlangen Segelfluges zu der auf Ähnlichkeitsbetrachtungen gestützten Voraussage von Helmholtz (1873) verhält, wonach es als „kaum wahrscheinlich" gelten müsse, dass der Mensch sein eigenes Gewicht durch Muskelkraft in die Höhe zu heben und dort zu erhalten vermag.[1]) Denn – so wird man vielleicht und dies leitet auch zu der zweiten Frage über – die Energiebilanz des natürlichen Vogelfluges, auf die sich die Helmholtzsche Untersuchung zurückgeht, beruht ja auch wesentlich auf der Möglichkeit des langdauernden Segelns. Die praktische Frage aber, die sich jeden aufdrängen muss, der auf der einen Seite die motorlosen Flüge, auf der andern die vielhundertpferdigen Flugzeuge zur Beförderung weniger Personen sieht, ist die: Welches ist das Minimum an Arbeitsleistung, das nach dem heutigen Stande der Technik zur dauernden Aufrechterhaltung wagrechten Fluges für einen Menschen erforderlich erscheint[I]?

1) Monatsber. d. kgl. preuss. Akad. d. Wissensch. 1873, S. 501-514.

I und wie weit ist es noch von dem Ausmass an verfügbarer menschlicher Kraft entfernt?

Ich benütze diese Gelegenheit, um die Ähnlichkeitsgesetze der Flugzeugbewegung in etwas allgemeinerer Form abzuleiten und auszusprechen, als dies gewöhnlich geschieht. Der Zusammenhang verschiedener Auffassungsarten wird dadurch ein wenig aufgeklärt.

1. Das allgemeine Ähnlichkeitsgesetz.

Die hydrodynamischen Grundgleichungen setzen die auf die Massenseinheit entfallende äussere Kraft gleich einer Beschleunigungsgrösse plus einer von der Zähigkeit herrührenden inneren Kraft.[II] Die Beschleunigung hat die Dimension $v^2 : l$, Geschwindigkeitsquadrat durch Länge.

II Von der Schwere der Luftteilchen darf man absehen.

Die Zähigkeitsspannung (Kraft pro Flächeneinheit) ist ~~Zähigkeitszahl~~ proportional ~~Z mal~~ dem Geschwindigkeits-Gefälle, ~~also~~ von der Dimension $\# v : l$, daher die Dimension der Zähigkeitswirkung auf die Masseneinheit $Z v : l^2$, wobei in die „Zähigkeitszahl" Z schon die spezifische Masse als Quotient eingegangen ist. Man hat demnach, wenn μ die Dichte der Flüssigkeit oder der Luft bezeichnet:

$$\left[\frac{\text{Kraft}}{\mu l^3}\right] = \left[\frac{v^2}{l}\right] + \left[\frac{Z v}{l^2}\right]$$

oder nach Kürzung durch $v^2 : l$:

$$(1) \qquad \left[\frac{\text{Kraft}}{\mu v^2 l^2}\right] = [1] + \left[\frac{Z}{vl}\right],$$

woraus man erkennt, dass Z die Dimension vl oder cm^2/sec besitzt.

Andererseits wird die äussere Kraft den am Flugzeug auftretenden Kräften, Gewicht und Auftriebskraft, gleichzusetzen sein. Wir wollen nun übereinkommen, zwei ~~Flugzeuge (Vögel)~~ Körper dann dynamisch ähnlich zu nennen, wenn sie erstens in allen Teilen, einschliesslich der Oberflächengestaltung, geometrisch ähnlich sind und zweitens die an entsprechenden Punkten angreifenden Kräfte sich nur durch einen Zahlenfaktor unterscheiden. Es stehen also insbesondere Gewicht und Auftriebskraft bei beiden in gleichem Verhältnis zueinander, und wenn etwa ρ das spezifische Gewicht (der Körper) bezeichnet, so ist dies zugleich ein Mass für die auf die Volumeinheit entfallende Triebkraft. Führt man (demnach) in (1) für „Kraft" das Symbol $[\rho l^3]$ ein, so erhält man

$$(2) \qquad \left[\frac{\rho l}{\mu v^2}\right] = [1] + \left[\frac{Z}{vl}\right]$$

und daraus das allgemeine Ähnlichkeitsgesetz der Flugzeugbewegung: Bei zwei dynamisch ähnlichen Flugzeugen (Vögeln) treten (unter) ähnliche Bewegungen auf, wenn erstens die reduzierte Geschwindigkeit $v.l/Z$ (entsprechenden Bedingungen) und zweitens der Quotient $\mu v^2 : \rho l$, wo μ die Dichte des Mediums, ρ das spez. Gewicht der Flugzeuge bezeichnet, in beiden Fällen gleiche Werte hat.

$$\left[\frac{\quad}{\quad}\right] \cdot \left[\quad\right] \cdot \left[\frac{\quad}{\quad}\right]$$

$$\left[\quad\right] = \left[\quad\right] \cdot \left[\frac{\quad}{\quad}\right]$$

$$\left[\frac{\quad}{\quad}\right] \cdot \left[\frac{\quad}{\quad}\right] \cdot \left[\frac{\quad}{\quad}\right]$$

Die Kräfte verhalten sich dann wie ~~ρl^3~~ die Werte von ρl^3 oder von $\mu v^2 l^2$ oder von $Z \mu v l$ oder von $Z^2 \mu$.

Löst man die beiden Gleichungen

(3) $$\frac{\mu v^2}{\rho l} = \text{Konst.}, \quad \frac{v l}{Z} = \text{Konst}$$

nach v und l auf, so gewinnt man

(4) $$v = \text{Konst.} \sqrt[3]{\frac{Z \rho}{\mu}}, \qquad l = \text{Konst.} \sqrt[3]{\frac{Z^2 \mu}{\rho}}$$

und damit die andere Form desselben Gesetzes: <u>Die Bewegungen an dynamisch ähnlichen Flugzeugen sind ähnlich, wenn die ~~Kuben~~ dritten Potenzen der Geschwindigkeiten sich wie die Werte von $Z \rho : \mu$, die dritten Potenzen der Längen (die von) wie $Z^2 \mu : \rho$ verhalten.</u>

Als Beispiel diene etwa ein Paar von Flugzeugen gleicher (materieller) Beschaffenheit, die in freier Luft, in verschiedenen Höhen fliegen, wobei ρ und Z unverändert bleiben, μ mit der Höhe abnimmt. ~~Ist~~ Befindet sich das eine Flugzeug in Bodennähe, das andere etwa 3400 m hoch (Dichteabnahme rund 30 v H), so muss das zweite ein 10 v H ~~größeres~~ geringeres/kleineres Längenabmessungen und um 10 v H größere Geschwindigkeit als das erste besitzen; die Antriebskraft des zweiten ist um 30 v H, ~~verringert~~, die Flächenbelastung um 10 v H verringert, der Leistungsbedarf um 20 v H verringert. Man wird aber nur selten von diesem allgemeinen Ähnlichkeitsgesetz Gebrauch machen, da es die Veränderlichen zu sehr beschränkt; sein eigentlicher Wert liegt ~~nur~~ darin, dass es wertvolle Spezialisierungen nach zwei Richtungen zulässt.

2. Das Helmholtzsche und das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz.

Wenn man im Windkanal mit einem entsprechend gestalteten ~~Flugzeug~~ Flugzeugmodell Versuche ausführt, so ~~sind~~ werden die auf dieses wirkenden ~~äußeren~~ Kräfte durch die Strahreaktionen aufgehoben und es entfällt

daher die Gleichsetzung (der den Körper eingeprägten) ~~dieser~~ Kräfte mit den von der Flüssigkeit ausgeübten. Statt (2) hat man also nun (1) zu berücksichtigen und es entsteht die heute so vielfach angewendete Reynoldsche Modellregel: An zwei V gestützten Modellen im Windkanal treten ähnliche Bewegungen auf, wenn die reduzierten Geschwindigkeiten v. l/T gleiche Werte haben; die Kräfte verhalten sich dann wie ~~ρv~~ die Werte von $\rho v^2 l^2$. Wir verweilen nicht länger bei diesem gelegentlichen Sonderfall, sondern wenden uns dem von Helmholtz betrachteten zu, der auf die eingangs gestellten Fragen zurückführt.

V, Gewicht und event. Triebkraft, V geometrisch ähnlichen,

Erfahrungsgemäß hängen ϕ in dem praktisch in Betracht kommenden Bereich der reduzierten Geschwindigkeiten die Auftriebs- und Widerstandskräfte nur wenig von dessen Wert ab. Es mag hier dahingestellt bleiben, ob dies daher rührt, dass das Auftreten dieser Kräfte von der Zähigkeit (nahezu) unabhängig ist oder daher, dass die trennmittelbare Wirkung V anderweitig kompensiert wird. Jedenfalls begeht man keinen V der reduzierten Geschwindigkeit großen Fehler, wenn man für eine überschlägige Berechnung des Kräftespieles und der Energiebilanz an einem Flugzeug den Einfluss des letzten Gliedes in (2) ausrechnet lässt. Auf diese Weise gelangt man zu der Helmholtzschen Modellregel: An zwei dynamisch ähnlichen Flugzeugen bezw. treten annähernd ähnliche Bewegungen auf, wenn in beiden Fällen der Wert von $\rho l : \mu v^2$ derselbe ist; die Kräfte verhalten sich dann wie die Werte von ρl^3 oder von $\mu v^2 l^2$. Nimmt man insbesondere an, dass die Flugzeuge gleiches spez. Gewicht haben und in Medien von gleicher Dichte fliegen, so erhält man die noch einfachere Ähnlichkeitsbedingung $v^2 : l = \text{konst.}$, d.h. die Geschwindigkeiten müssen sich wie die Wurzeln aus den Längenabmessungen verhalten; die Kräfte wachsen dann mit l^3, die Leistungen mit $l^3 v$ oder $l^{7/2}$.

Aus der letzten Beziehung rolliert Helmholtz auf die Unmöglichkeit des motorlosen Menschenfluges. Er nimmt nämlich an, dass die ~~Leist~~ körperliche Leistungsfähigkeit der tierischen Organismen dem Muskelgewicht proportional sei und resp. dieses dem gesamten Körpergewicht proportional. Demnach würde, ähnliche Bewegungen vorausgesetzt, die verfügbare Leistung mit l^3, die erforderliche mit $l^{3/2}$ wachsen, sodass die Flugfähigkeit im Verhältnis der Quadratwurzel aus der Längenabmessung oder der sechsten Wurzel aus dem Gesamtgewicht abnimmt. Der Storch, der ein ausdauernder Flieger ist, hat ein Gesamtgewicht Körpergewicht von etwa 4 kg, d.i. ein 17-tel des Menschengewichtes; der Mensch müsste also nach der Helmholtzschen Auffassung den Wirkungsgrad der Flugmechanismus gegenüber dem Storche $\sqrt[6]{17} = 1{,}60$ mal verbessern, um aus eigener Kraft fliegen zu können. Die eine solche Verbesserung des Wirkungsgrades denkt Helmholtz nicht; in welchem Masse sie möglich ist, erkennt man an dem Beispiel des Fahrrades, durch das die natürliche Marschleistung des Menschen ausserordentlich erhöht wird.

3. Die Möglichkeit des motorlosen Fluges.

Aus den bekannten Gleichungen für den Auftrieb und Rücktrieb einer Tragfläche[1])

$$(5) \qquad A = \xi_a \mu F v^2, \quad R = \xi_r \mu F v^2$$

(F Tragflächengröße, ξ_a, ξ_r Auftriebs- bezw. Rücktriebs-Beiwerte) folgt durch Gleichsetzung des Auftriebes mit dem Gewicht und des Rücktriebs mit der Antriebskraft für die erforderliche Triebleistung

$$(6) \qquad L = Rv = \xi_r \mu F v^3 = \frac{\xi_r}{\xi_a^{3/2}} \sqrt{\frac{G^3}{\mu F}}.$$

Der schädliche Widerstand ist einstweilen ausseracht gelassen und soll später berücksichtigt werden. Der günstigste Wert für die Koeffizienten-Verbindung $\xi_r / \xi_a^{3/2}$, der ~~bisher erreicht~~ durch geeignete Formgebung der Flügel bisher erreicht wurde, ist etwa 0,08. Setzt man ferner für μ den

[1]) Vgl. z. B. meine Flugtechnik, Berlin 2. Aufl. Berlin 1922, S. 34.

in Bodennähe giltigen Wert 1/8, so wird aus (6):

(6') $$L = 0{,}226\, G \sqrt{\frac{G}{F}},$$

wo G in kg, F in m², L in kgm/sec. Für den Storch mit G = 4 kg, F = 0,5 m² ergibt sich daraus L = 2,56 kgm/sec. Nach Messungen von O. Lilienthal[1] ist der Querschnitt des Storchkörpers etwa gleich 0,008 m². Stellt man diesen (Querschnitt) mit einem Widerstandsbeiwert von 0,2 in Rechnung, der den Verhältnissen an einem Flugzeugrumpf (unter Berücksichtigung der Anschlüsse usf.) entspricht, so erhält man einen schädlichen Widerstand gleich 1/8 . 0,2 . 0,008 v^2 = 0,0002 v^2, und da sich mit ζ_a = 0,5 aus der Auftriebsgleichung v^2 = 128 rechnet, schließlich für den zugehörigen Leistungsbetrag 0,0002 v^3 = 0,29 kgm/sec. Demnach hätte ein Storch, wenn er mit einer dem heutigen Stand der Flugtechnik entsprechenden Apparat ausgerüstet wäre, beim wagerechten Flug – ohne jede Unterstützung durch Segelwirkung – 2,56 + 0,29 = 2,85 kgm/sec aufzuwenden.

[1] Der Vogelflug, 2. Aufl. München. Berlin 1910, S. 151.

Wie gross die tatsächliche Arbeitsfähigkeit der Vögel ist, läßt sich wohl kaum genau bestimmen. Nach Angabe von Popper-Lynkeus[2] wiegen die Brustmuskeln der Störche 0,544 kg, was einer Leistung von 3,50 bis 4,76 kgm/sec entsprechen soll, gemäss einer Annahme von 6,43 bis 8,75 kgm/sec pro kg Muskelsubstanz. Nehmen wir das arithmetische Mittel 4,13 kgm/sec als richtig an, so wäre das (1,45 fache) des oben errechneten Wertes von 2,85 kgm/sec. Darnach wäre also die nach der Helmholtzschen Auffassung erforderliche Wirkungsgrad-Verbesserung nahezu erreicht und man müsste schliessen, dass wir von der Möglichkeit des freien Menschenfluges garnicht mehr weit entfernt sind. Dass es sich in der Tat anders verhält, kann in zweierlei Weise erklärt werden.

[2] Der Maschinen- und Vogelflug, Berlin 1911, S. 47.

Nehmen wir zunächst an, die eben angeführte Zahl 4,13 für die Arbeitsleistung des Storches wäre annähernd richtig, dann müsste, dynamische Ähnlichkeit vorausgesetzt, der 17 mal schwerere Mensch etwa 70 kgm/sec, also nahezu eine Pferdekraft leisten. Davon kann aber keine Rede sein, wahrscheinlich ist eine Dauerleistung von mehr als 10 bis 15 kgm/sec unmöglich nicht zu denken; die Helmholtzsche Voraussage würde sich also nur deshalb bestätigen, weil eine von ihm stillschweigend gemachte physiologische Annahme nicht zutrifft, nämlich die, dass Körper- und Muskelgewicht bei den verschiedenen Organismen einander proportional sind. Dazu kommt noch, dass der Mensch zu seinem Eigengewicht das nicht ganz unbeträchtliche Apparatgewicht mitnehmen muss.

/ dies stimmt auch damit überein, dass die Brustmuskeln des Menschen ungefähr 0,8 kg, die beiden Wadenmuskeln ungefähr 1,4 kg wiegen.

V, war das Verhältnis von Gesamtgewicht zu Muskelgewicht noch mehr verschlechtert.

Die andere Möglichkeit ist die, dass die Zahl 4,13 für die verfügbare Flugleistung des Storches stark übertrieben wäre. Dann kann man nicht behaupten, dass wir schon eine genügende Verbesserung des Wirkungsgrades erreicht haben, und muss den erforderlichen Leistungsbetrag unmittelbar bestimmen. Nimmt man an, dass der 68 kg schwere Mensch noch 40 kg totes Gewicht mit sich in die Luft führt, so haben wir ein Gesamtgewicht von 108 = 4.27, also eine Linearvergrösserung 1:3 gegenüber dem Storch. Dem entspricht nach der Helmholtzschen Modellregel eine Leistungsverschlechterung im Maßstab $1:27\sqrt{3} = 1:46,8$, sodass die beiden oben errechneten Bestandteile der Leistung eines Storches ergeben: $119,9 + 13,6 =$ 133,5 kgm/sec. Diesen Betrag kann man aber dadurch herabdrücken, dass man die Tragflächengröße, unter Abweichung von der geometrischen Ähnlichkeit, verschlechtert. Wählen wir statt dem 9-fachen von 0,5 m² etwa $\sqrt{7} = 13,5$ m², so vermindert sich der erste Summand nach (6') im Verhältnis $\sqrt{3}:1$, der zweite zufolge der ersten Gl. (5) im Verhältnis $3\sqrt{3}:1$, sodass man erhält $69 + 3 = 72$ kgm/sec.

V das 27-fache, d.i.

Bei einem Wirkungsgrad der Kraftübertragung von etwa 80 v H muss bedarf es demnach eines Aufwandes von 90 kgm/sec, d.i. mindestens sechsmal so viel als ein Mensch tatsächlich leisten kann.

Wenn nun aber (in dieser Weise) die menschliche Kraft nicht zur dauernden Überwindung des Tragflächen-Rücktriebes und schädlichen Widerstands ausreicht, so folgt daraus noch nicht, dass motorloses Fliegen für den Menschen unmöglich wäre. Denkt man (z.B. an) eine einfache Einrichtung, die Arbeit zu akkumulieren gestattet, z.B. eine durch Pedale zu betätigende Luftpumpe, die in einen Windkessel fördert, so hat man gerade genug Kräfte, um rd. 1/6 der Zeit hindurch in ruhender Luft im Gleichgewicht zu erhalten. Nützt man daneben die heute rechnerisch erschlossenen Möglichkeiten des Segelfluges aus, so wird man zu einer Form des Fluges gelangen, die von der des natürlichen Vogelfluges nicht allzu weit entfernt ist; denn auch die Vögel akkumulieren, wenn auch in anderem Sinne, Arbeit während der Segelns. Hier soll aber nochmals ausdrücklich betont werden, dass alle unserer Rechnung zugrunde gelegten Zahlen aufs äusserste günstig gewählt sind, sodass das rechnerische Ergebnis einen Idealfall technischer Ausführung darstellt. Zusammenfassend können wir sagen: Selbstsegelnd, d.h. das Fliegen aus eigener Kraft unmöglich sei,

1) Die Helmholtzsche Ähnlichkeitsbetrachtung ist nicht stichhaltig, weil sie einerseits die Verbesserung des Wirkungsgrades durch geeignete mechanisch-technische Konstruktion ausseracht lässt, andrerseits (aber) auf einer unzutreffenden physiologischen Voraussetzung beruht.

2) Nach dem heutigen Stande der Technik ist motorloses Fliegen für den Menschen nur möglich, wenn es mindestens zu 5/6 Segelflug und höchstens zu 1/6 eigentlichem Kunstflug ist.

V, und jedenfalls nicht dem Durchschnitt

269

Mises.

AUTOGRAPHE

de

Mises

Richard Edler von

OBSERVATIONS

1.L.a.s. 1/2 p.4°, Wien, 10.8.1936, mit Briefumschlag u.eigh.Adr.an Dr. Weiner Brünn. Sagt zu, ein Manuskript f.d.Handschriftensammlung zu senden.

2. M.a.s. 8 p.4°, o.O.u.D., Wissenschaftliche Arbeit mit dem Titel: ,,Segelflug und Aehnlichkeitsgesetz'', publiziert in der Zeitschrift f.angew.Mathem.u.Mechanik Band III Heft 1 Ste 64 - 67. Mit beigeschlossenem Abdruck der Arbeit.

3. L.mec.s. 1 p.4°, Istanbul, 12.9. 1936, mit Briefumschlag u.eigh. Adresse an Dr.Weiner Brünn; sendet das Manuskript ,,Segelflug u.Aehnlichkeitsgesetz'' und sagt zu, auch Briefe bekannter Mathematiker f.d.Sammlung zur Verfügung zu stellen.

M I S E S , Richard Edler von,
Mathematiker.
Geb. 19.IV.1883, Lemberg

Stud. von 1901 - 1905 Univ. und Polytechnikum Wien, promovierte 1908 zum Dr.techn. in Wien, arbeitete als Assistent am Deutschen Polyt. in Brünn, wirkte von 1909 bis 1918 als a.o.Prof. f. angewandte Mathematik a.d.Univ. Strassburg, 1919 - 1920 als o.Prof. in Dresden und von 1920 bis 1934 als Prof.u. Direktor d.Inst.f.angew.Mathematik a.d. Univ. Berlin. Seit 1934 wirkt er als o.Prof.a.d.Univ.Istanbul. Arbeitete bahnbrechend auf verschiedenen Gebieten d.angew.Mathematik, seine Forschungen über Hydromechanik die Theorie der Kreiselräder und seine Leistungen auf d.Gebiete d. Theorie d.Flugwesens haben seinem Namen bekannt gemacht. Er ist Herausgeber der Zeitschrift f.angew.Math. und Mechanik.